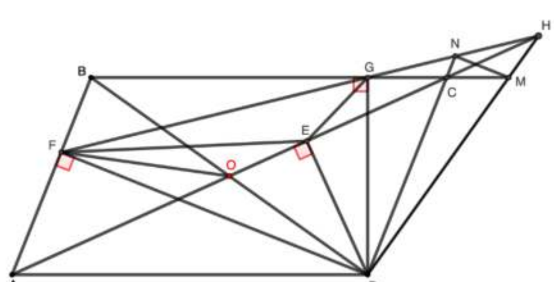
ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM KÌ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM 2023 – LẦN 3
BÀI THI MÔN 1: Môn Toán chung

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	**a**		**1,0**
		$M=\dfrac{\left(2\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}+\dfrac{b-\sqrt{ab}}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}-\dfrac{a-b}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}$	***0,5***
		$M=\dfrac{2a+\sqrt{ab}-b+b-\sqrt{ab}-a+b}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}=\dfrac{a+b}{a-b}$	***0,5***
	b		**1,0**
		$M.\left(a^2-b^2\right)=\dfrac{9}{2}ab.\Leftrightarrow (a+b)^2=\dfrac{9}{2}ab$	***0,25***
		$\Leftrightarrow 2a^2-5ab+2b^2=0$	***0,25***
		$\Leftrightarrow 2\left(\dfrac{a}{b}\right)^2-5\cdot\dfrac{a}{b}+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{a}{b}=2\\ \dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$	***0,25***
		Do $M>0$ và $a,b>0$ nên $a-b>0$. Suy ra $\dfrac{a}{b}>1$. Vậy $\dfrac{a}{b}=2$.	***0,25***
2			**2,0**
		a) Đường thẳng *d* cắt đường thẳng d' khi và chỉ khi $m\neq 2$	***0,25***
		Đường thẳng *d* cắt trục tung tại điểm $A(0;3)$	***0,25***
		Đường thẳng d' đi qua điểm $A(0;3)\Leftrightarrow m^2-1=3\Leftrightarrow m=\pm 2$	***0,25***
		Kết hợp với điều kiện $m\neq 0; m\neq 2$ ta suy ra giá trị cần tìm của *m* là $m=-2$	***0,25***
		b) Nếu hành khách di chuyển quãng đường 20 km thì phải trả số tiền là $20\ 000+14\ 000.(20-1)=286\ 000$ Do 322 000 > 286 000 nên cô Hằng di chuyển quãng đường nhiều hơn 20 km hay $x>20$.	***0,25***

		Do đó, tổng số tiền cô Hằng phải trả (tính theo x) là: $286\ 000\ +\ 12\ 000(x-20)$ (đồng)	***0,25***
		Theo giả thiết, ta có phương trình $286\ 000\ +\ 12\ 000(x-20)=322\ 000$	***0,25***
		$\Leftrightarrow x=23$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy cô Hằng đã di chuyển quãng đường là 23 km.	***0,25***
3			***2,0***
	a		***0,5***
		Phương trình có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow 1.(m^2-1)<0 \Leftrightarrow -1<m<1$	***0,5***
	b		***1,5***
		Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta>0 \Leftrightarrow (2m-1)^2-4(m^2-1)>0 \Leftrightarrow 5-4m>0 \Leftrightarrow m<\dfrac{5}{4}$ Theo định lí Vi – ét ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2m-1 \\ x_1.x_2=m^2-1 \end{cases}$	***0,5***
		Vì x_2 là nghiệm của phương trình $x^2-(2m-1)x+m^2-1=0$ nên $x_2^2-(2m-1)x_2+m^2-1=0 \Rightarrow x_2^2-2mx_2+x_2+m^2-1=0$ $\Rightarrow x_2^2-2mx_2+m^2=1-x_2 \Rightarrow (x_2-m)^2=1-x_2$	***0,5***
		Thay vào giả thiết ta được $(1-x_1)(1-x_2)=9 \Leftrightarrow 1-(x_1+x_2)+x_1x_2-9=0$ $\Leftrightarrow -(2m-1)+m^2-1-8=0 \Leftrightarrow m^2-2m-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=4 \end{array}\right.$ Đối chiếu với điều kiện phương trình có hai nghiệm phân biệt, suy ra $m=-2$	***0,5***
4			
	a		***1,0***
		 Vì tứ giác *ADEF* nội tiếp nên $\widehat{EFD}=\widehat{EAD}$ Vì tứ giác *CDEG* nội tiếp nên $\widehat{EDG}=\widehat{ECG}$ Mà $\widehat{EAD}=\widehat{ECG}$ (so le trong) nên $\widehat{EFD}=\widehat{EDG}$	***0,5***

		Tương tự $\widehat{EGD}=\widehat{EDF}$ Do đó $\Delta EFD\sim\Delta EDG\Rightarrow\dfrac{EF}{ED}=\dfrac{ED}{EG}\Rightarrow EF.EG=ED^2$	***0,5***
	b		***1,0***
		Cách 1. Vì tứ giác *DEGC* nội tiếp nên $\widehat{CEG}=\widehat{CDG}$ Vì tứ giác *DFBG* nội tiếp nên $\widehat{BFG}=\widehat{BDG}$ Tam giác *BFD* vuông tại *F* có *FO* là trung tuyến nên *FO* = *OD*. Suy ra $\widehat{OFD}=\widehat{ODF}$.	***0,5***
		Do đó $\widehat{OFG}=90^0-\widehat{OFD}-\widehat{BFG}=90^0-\widehat{ODF}-\widehat{BDG}=\widehat{CDG}=\widehat{CEG}$ Vậy tứ giác *OEGF* nội tiếp.	***0,5***
		Cách 2. Vì *O* là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác *BGDF* nên $\widehat{FOG}=2\widehat{FDG}$. Khi đó $\widehat{GEF}=180^0-\widehat{GEC}-\widehat{FEA}=180^0-\widehat{GDC}-\widehat{FDA}$ $=\left(90^0-\widehat{GDC}\right)+\left(90^0-\widehat{FDA}\right)$	***0,5***
		$=\widehat{GCD}+\widehat{FAD}=2\widehat{BAD}=2\widehat{FDG}=\widehat{FOG}$. Vậy tứ giác *OEGF* nội tiếp.	***0,5***
	c		***1,0***
		Cách 1. Gọi *M* là giao điểm của *BC* và *DH*; *N* là giao điểm của *DC* và *FG*. Theo định lí Ta – let ta có $\dfrac{HM}{HD}=\dfrac{HC}{HA}=\dfrac{HN}{HF}\Rightarrow MN\,//\,DF$ Vì *DF* vuông góc với *DN* nên *DN* vuông góc với *MN*. Từ đó dẫn đến tứ giác *DGNM* là tứ giác nội tiếp, suy ra $\widehat{MDN}=\widehat{MGN}$	***0,5***
		Ta có $\widehat{MGN}=\widehat{BGF}$ (đối đỉnh) Vì tứ giác *DFBG* nội tiếp nên $\widehat{BGF}=\widehat{BDF}$ Do đó $\widehat{MDN}=\widehat{BDF}\Rightarrow\widehat{BDH}=\widehat{BDN}+\widehat{NDM}=\widehat{BDN}+\widehat{BDF}=\widehat{NDF}=90^0$ (điều phải chứng minh)	***0, 5***
		Cách 2. Với chú ý tam giác *OGF* cân tại *O* $\left(OG=OF=\dfrac{1}{2}BD\right)$ và tứ giác *OEGF* nội tiếp ta có $\widehat{OEF}=\widehat{OGF}=\widehat{OFG}$ dẫn đến $\Delta OEF\sim\Delta OFH\Rightarrow\dfrac{OE}{OF}=\dfrac{OF}{OH}\Rightarrow OE.OH=OF^2$	***0, 5***
		Vì $OF=OD$ nên $OE.OH=OD^2\Rightarrow\dfrac{OE}{OD}=\dfrac{OD}{OH}$ $\Rightarrow\Delta OED\sim\Delta ODH\left(c.g.c\right)$. Từ đó suy ra được ngay $\widehat{ODH}=\widehat{OED}=90^0$	***0, 5***

5			**1,0**
		Bài toán phát biểu lại như sau: Tìm tất cả các số nguyên dương a và b có tính chất: nếu c, d thỏa mãn $a^2+4c-4\ge 0;\ b^2+4d-4\ge 0$ thì ta luôn có $(a+b)^2-4+4cd\ge 0$	***0,25***
		Nếu $a\ge 3$, ta có thể chọn như sau **Cách 1.** Chọn $c=\dfrac{-a^2}{8}$, $d=4b^2$ (thỏa mãn điều kiện $a^2+4c-4\ge 0;\ b^2+4d-4\ge 0$) mà $(a+b)^2-4+4cd=a^2+2ab+b^2-4-2a^2b^2$ $=-(ab-1)^2-(a^2-1)(b^2-1)-2<0$ vì a, b là các số nguyên dương Do đó $a\ge 3$ không thỏa mãn. **Cách 2.** Chọn $c=\dfrac{4-a^2}{4}$, $d=2+2ab+b^2$ (thỏa mãn điều kiện $a^2+4c-4\ge 0;\ b^2+4d-4\ge 0$) mà $(a+b)^2-4+4cd=a^2+2ab+b^2-4+(4-a^2)d=td+2ab+b^2-t$ $=t(2+2ab+b^2)+2ab+b^2-t=t+2ab(t+1)+b^2(t+1)$ Vì $t=4-a^2\le -5; ab>0; b^2>0$ nên $t+2ab(t+1)+b^2(t+1)<0$ $\Rightarrow (a+b)^2-4+4cd<0$. Do đó $a\ge 3$ không thỏa mãn. **Chú ý:** Khi $a\ge 3$ thì $c=\dfrac{4-a^2}{4}<0$, ta có thể chọn $c=\dfrac{4-a^2}{4}$; chọn d lớn hơn cả hai số $\dfrac{4-(a+b)^2}{4c}$ và $\dfrac{4-b^2}{4}$ $\left(d>\max\left\{\dfrac{4-(a+b)^2}{4c};\dfrac{4-b^2}{4}\right\}\right)$ Vậy $a\in\{1;2\}$. Tương tự $b\in\{1;2\}$	***0,5***
		Với $a,b\in\{1;2\}$ thì $(a+b)^2\ge 4$ và $a^2+4c-4\ge 0\Rightarrow c\ge\dfrac{4-a^2}{2}\ge 0;\ b^2+4d-4\ge 0\Rightarrow d\ge\dfrac{4-b^2}{2}\ge 0$ Từ đó dẫn đến $(a+b)^2-4+4cd\ge 0$ Các giá trị nguyên dương cần tìm của a, b là $a,b\in\{1;2\}$	***0,25***